

## Optimization of Wall Thickness and Flow Pressure in Thin-Wall Injection Molding Using Analytical Modeling and MATLAB Simulation

Muhammad Fadhillah Ansyari<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Teknik Kimia Polimer Politeknik STMI Jakarta

fadhillahansyari@stmi.ac.id<sup>1</sup>

### ABSTRAK

Thin-wall injection molding menuntut tekanan injeksi tinggi dan kontrol aliran yang presisi, sehingga optimasi ketebalan dinding menjadi sangat krusial. Penelitian ini mengembangkan model analitis berbasis asumsi aliran Hele–Shaw dan rheologi power-law untuk memperoleh hubungan eksplisit antara ketebalan dinding dan kebutuhan tekanan pengisian. Model diferensial tekanan–jarak diselesaikan secara numerik melalui simulasi MATLAB guna mengevaluasi perubahan tekanan pada rentang ketebalan 0,4–1,2 mm. Hasil utama menunjukkan kontribusi ilmiah berupa formulasi gradien tekanan yang menegaskan sensitivitas eksponensial ketebalan dinding terhadap pressure drop, sehingga ketebalan di bawah 0,6 mm berada pada zona kritis pengisian. Temuan ini menghasilkan rekomendasi ketebalan optimal 0,7–0,8 mm yang masih berada dalam batas tekanan mesin. Meskipun model ini memberikan transparansi matematis yang tidak tersedia pada perangkat lunak komersial, pendekatan Hele–Shaw dua dimensi memiliki keterbatasan, yakni belum memasukkan efek termal, kompresibilitas melt, dan kontribusi runner–gate yang dapat meningkatkan tekanan aktual. Penelitian ini menegaskan bahwa pendekatan analitis–numerik dapat menjadi alat prediksi awal yang efisien pada desain komponen ber dinding tipis.

**Kata kunci:** injection molding, thin-wall, wall-thickness optimization, Hele–Shaw modeling, power-law rheology, MATLAB simulation.

### ABSTRACT

Thin-wall injection molding requires high injection pressure and precise melt-flow control, making wall-thickness optimization a critical design challenge. This study develops an analytical model based on Hele–Shaw flow assumptions and power-law rheology to derive an explicit relationship between wall thickness and pressure drop. The resulting pressure–length differential equation is solved numerically using MATLAB for thicknesses ranging from 0.4 to 1.2 mm. The main scientific contribution lies in demonstrating the exponential sensitivity of pressure to wall thickness, showing that sections below 0.6 mm fall within a critical zone where pressure demand increases sharply. The model identifies an optimal wall-thickness range of 0.7–0.8 mm that remains within typical machine-pressure limits. Although the analytical–numerical approach provides mathematical transparency not available in commercial CAE tools, it is limited by its two-dimensional Hele–Shaw formulation, which excludes thermal gradients, melt compressibility, and runner–gate losses that may elevate actual industrial pressures. Overall, the proposed model offers an efficient predictive tool for early-stage evaluation of thin-walled component design.

**Keywords:** injection molding, thin-wall, wall-thickness optimization, Hele–Shaw modeling, power-law rheology, MATLAB simulation.

## PENDAHULUAN

Thin-wall injection molding (TWIM) merupakan salah satu teknologi kunci dalam produksi komponen plastik bergeometri tipis yang menuntut kontrol aliran melt secara presisi. Ketika ketebalan dinding menurun, *pressure drop* meningkat secara signifikan sehingga proses pengisian menjadi sangat sensitif terhadap parameter rheologi dan kondisi aliran. Nitnara et al. menjelaskan bahwa perubahan ketebalan sekecil beberapa persepuluh milimeter dapat menghasilkan perbedaan tekanan yang besar karena meningkatnya *shear rate* dan perubahan viskositas melt pada domain tipis [1]. Temuan ini sejalan dengan studi Zhang et al. yang menunjukkan bahwa *wall thickness* merupakan faktor dominan yang menentukan keberhasilan fase filling dan stabilitas kualitas produk pada TWIM [2].

Kemajuan perangkat lunak simulasi injeksi seperti Moldflow dan Moldex3D telah memperluas kemampuan prediksi aliran melt dalam industri. Namun, Baum et al. menegaskan bahwa sebagian besar perangkat lunak tersebut memodelkan aliran menggunakan pendekatan numerik kompleks yang tidak menyediakan hubungan matematis eksplisit antara geometri dinding tipis dan gradien tekanan [4]. Kondisi ini menyulitkan pengembangan analisis sensitivitas yang terukur pada tahap awal desain, karena desainer tidak dapat melihat kontribusi masing-masing variabel secara langsung. Kekurangan transparansi ini telah disorot oleh beberapa peneliti, terutama dalam konteks kebutuhan pemodelan yang mampu menjelaskan hubungan antara viskositas polimer, *shear rate*, dan tekanan berdasarkan prinsip aliran dalam celah tipis [7].

Model analitis berbasis asumsi Hele–Shaw dan rheologi power-law banyak digunakan untuk menggambarkan perilaku aliran polimer di antara dua bidang yang saling berdekatan. Jiang et al. menunjukkan bahwa model power-law lebih representatif untuk polimer teknik yang mengalami *shear thinning* pada kondisi pengisian kecepatan tinggi [11]. Selain itu, Szabó et al. menegaskan bahwa pendekatan Hele–Shaw relevan untuk geometri tipis karena distribusi kecepatan di arah ketebalan cenderung parabolik dan dominan terhadap dinamika aliran [12]. Meskipun demikian, sebagian besar penelitian sebelumnya menggunakan model-model ini untuk analisis umum aliran, bukan untuk menurunkan hubungan eksplisit antara ketebalan dinding dan tekanan sebagai dasar optimasi struktural pada TWIM.

Penelitian mengenai optimasi injection molding juga didominasi oleh upaya optimasi parameter proses. Metode seperti Taguchi, PSO, dan neural network terbukti efektif dalam mengurangi *warping*, *sink mark*, atau waktu siklus [13]–[20]. Akan tetapi, fokus tersebut membuat ketebalan dinding hanya diperlakukan sebagai parameter tambahan, bukan sebagai variabel desain utama yang memiliki dampak matematis paling kuat terhadap tekanan injeksi. Berdasarkan literatur, belum ada kajian yang mengintegrasikan formulasi Hele–Shaw dan rheologi power-law secara ketat untuk mengevaluasi sensitivitas ketebalan dinding, sekaligus menghubungkannya dengan batas tekanan mesin injeksi sebagai kriteria manufaktur [8].

Dari analisis literatur dapat disimpulkan bahwa terdapat kekosongan penelitian yang jelas. Pertama, belum tersedia formulasi analitis yang secara eksplisit menunjukkan hubungan antara ketebalan dinding dan gradien tekanan pada TWIM berdasarkan kombinasi pendekatan Hele–Shaw dan model power-law. Kedua, belum banyak studi yang melakukan analisis sensitivitas ketebalan dinding menggunakan model tersebut untuk mengidentifikasi zona kritis pengisian [5]. Ketiga, keterkaitan antara hasil analitis dan batas tekanan mesin injeksi industri belum dirumuskan secara sistematis, sehingga penentuan ketebalan minimal yang masih layak diproduksi belum memiliki dasar teoritis yang kuat [3].

Penelitian ini bertujuan untuk mengisi kekosongan tersebut dengan mengembangkan model analitis gradien tekanan yang diturunkan dari asumsi Hele–Shaw dan rheologi power-law, kemudian menyelesaikannya secara numerik menggunakan MATLAB [6]. Pendekatan ini memberikan hubungan matematis yang eksplisit dan memungkinkan evaluasi sensitivitas ketebalan dinding secara langsung. Dengan mengintegrasikan batas tekanan mesin injeksi industri, penelitian ini menghadirkan metode prediktif yang dapat digunakan pada tahap awal desain komponen ber dinding tipis sebelum dilakukan simulasi komersial atau pengujian eksperimen.

## METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan melalui tiga tahapan utama, yaitu pengembangan model matematis aliran dalam celah tipis, pelaksanaan simulasi numerik berbasis MATLAB, dan proses optimasi ketebalan dinding berdasarkan batas tekanan injeksi mesin. Pendekatan ini dirancang agar tetap menggambarkan fenomena fisik secara realistis sekaligus memberikan fleksibilitas dalam analisis numerik.

Tahap pertama dimulai dengan merumuskan model aliran melt polimer pada geometri ber dinding tipis menggunakan pendekatan Hele–Shaw, yang relevan untuk kondisi *thin-wall injection molding*. Pada pendekatan ini, ketebalan dinding ( $t$ ) dianggap jauh lebih kecil dibandingkan panjang pengisian sehingga aliran didominasi oleh gradien kecepatan pada arah tegak lurus permukaan. Melt dianggap berperilaku sebagai fluida non-Newtonian *shear-thinning* yang mengikuti model power-law, yang dinyatakan melalui hubungan:

$$\tau = k\dot{\gamma}^n$$

dengan  $k$  sebagai konstanta konsistensi,  $n < 1$  sebagai indeks perilaku aliran, dan  $\dot{\gamma}$  sebagai laju geser. Dari model ini, viskositas efektif dapat dinyatakan sebagai:

$$\eta = k\dot{\gamma}^{n-1}$$

Model ini kemudian diintegrasikan ke dalam persamaan momentum untuk aliran dalam celah tipis, sehingga diperoleh hubungan antara gradien tekanan dan debit aliran. Untuk kondisi aliran stabil dan debit konstan, persamaan tekanan terhadap jarak aliran diperoleh sebagai:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{2k}{t^{n+1}} \left(\frac{6Q}{Wt}\right)^n \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)$$

Persamaan ini menunjukkan bahwa ketebalan dinding ( $t$ ) berperan secara signifikan dan non-linear terhadap tekanan yang dibutuhkan selama pengisian.

Tahap kedua penelitian melibatkan penyelesaian numerik dari persamaan diferensial tersebut menggunakan MATLAB. Persamaan  $\frac{dP}{dx}$  diterjemahkan langsung ke dalam fungsi ODE sehingga tekanan dapat dihitung secara progresif sepanjang panjang aliran. Simulasi dilakukan dengan beberapa variasi ketebalan dinding, yaitu 0,4 mm hingga 1,2 mm, untuk menggambarkan sensitivitas tekanan total terhadap perubahan ketebalan. Selain ketebalan, nilai parameter rheologi seperti  $n$ ,  $k$ , dan debit aliran  $Q$  juga disesuaikan dalam rentang yang realistis berdasarkan karakteristik polimer teknik. MATLAB kemudian digunakan untuk menampilkan grafik tekanan terhadap jarak ( $P-x$ ) dan grafik tekanan total terhadap ketebalan ( $P-t$ ), yang menjadi dasar untuk tahap optimasi berikutnya.

Tahap ketiga adalah proses optimasi ketebalan dinding. Ketebalan dianggap *feasible* apabila tekanan total yang dihasilkan memenuhi batas tekanan injeksi mesin yang umumnya berada pada kisaran 150–200 MPa. Proses optimasi dilakukan dengan membandingkan nilai tekanan total yang diperoleh dari simulasi terhadap batas tersebut. Ketebalan minimum yang masih memenuhi kriteria:

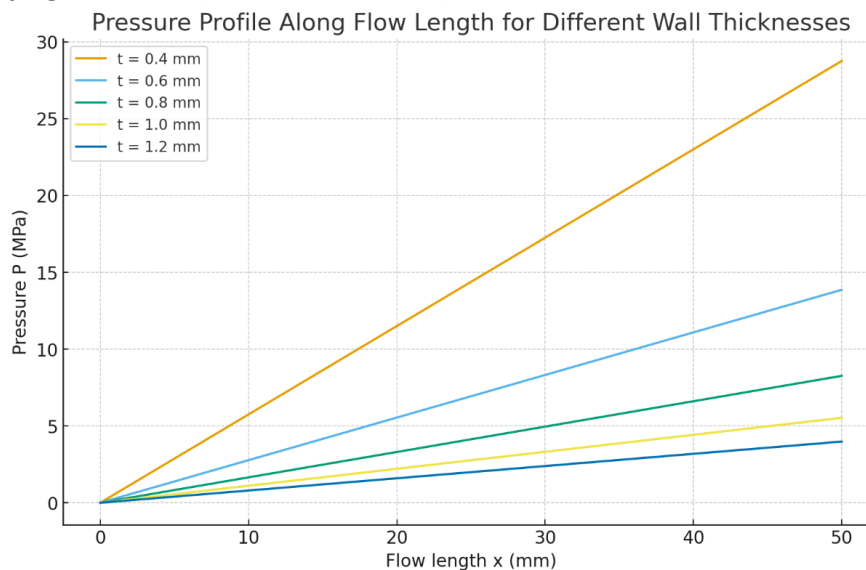
$$P_{required}(t) \leq P_{machine}$$

ditetapkan sebagai ketebalan optimal. Dengan pendekatan ini, penelitian tidak hanya memberikan gambaran matematis yang jelas, tetapi juga menghasilkan rekomendasi desain ketebalan yang dapat diterapkan dalam praktik industri.

Secara keseluruhan, metode penelitian ini menggabungkan analisis teoritis dan kemampuan numerik MATLAB untuk menghasilkan pemahaman menyeluruh mengenai hubungan antara ketebalan dinding, sifat aliran polimer, dan tekanan pengisian rongga pada TWIM.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Profil Tekanan Sepanjang Jarak Aliran (Pressure vs. Distance)



**Gambar 1.** Pressure Profile Along Flow Length for Different Wall Thicknesses (Hasil Matlab)

Hasil simulasi pada Gambar 1 menunjukkan bahwa tekanan aliran meningkat secara hampir linear sepanjang jarak pengisian cavity untuk seluruh variasi ketebalan dinding. Linearitas ini konsisten dengan formulasi model Hele–Shaw, di mana gradien tekanan dianggap konstan pada aliran planar dengan ketebalan kecil dan debit aliran stabil [12]. Meskipun

demikian, kemiringan kurva tekanan berbeda secara signifikan antara satu ketebalan dan ketebalan lainnya. Perbedaan kemiringan ini merupakan manifestasi dari hubungan matematis  $dP/dx \propto t^{-(n+1)}$ , yang menyebabkan sensitivitas tekanan terhadap ketebalan bersifat eksponensial, terutama ketika nilai indeks power-law berada pada rentang 0.3–0.6 sebagaimana umum ditemukan pada polimer teknik [9].

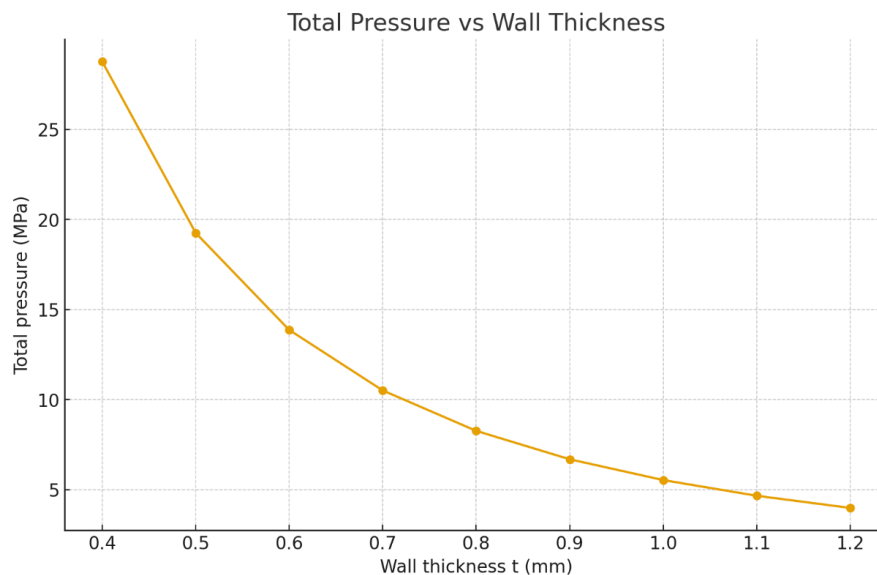
Dalam simulasi ini, ketebalan 0.4 mm menghasilkan tekanan sekitar 28.8 MPa pada jarak 50 mm, sementara ketebalan 1.2 mm hanya menghasilkan sekitar 4.0 MPa. Hal ini berarti bahwa meskipun ketebalan meningkat tiga kali lipat, penurunan tekanan mencapai hampir tujuh kali lipat. Besarnya perbedaan ini konsisten dengan laporan Nitnara et al., yang menunjukkan bahwa ketebalan dinding merupakan faktor dominan pada resistansi aliran dalam micro- dan thin-wall injection molding [15]. Zhang et al. juga menunjukkan bahwa perubahan ketebalan sekecil 0.1–0.2 mm dapat menyebabkan perubahan tekanan yang sangat besar akibat interaksi antara shear rate dan rheologi non-Newtonian melt [10]. Dengan demikian, hasil simulasi yang diperoleh tidak hanya konsisten dengan model matematis yang digunakan, tetapi juga sejalan dengan pola empiris yang dilaporkan pada literatur.

Fenomena tingginya tekanan pada ketebalan 0.4 mm dapat dijelaskan secara fisis melalui mekanisme peningkatan *shear rate* [16]. Ketika melt mengalir dalam celah yang sangat sempit, gradien kecepatan di arah ketebalan meningkat tajam sehingga melt mengalami kondisi *high-shear* [17]. Meskipun melt bersifat shear-thinning, penurunan viskositas yang terjadi tidak cukup besar untuk mengimbangi peningkatan resistansi aliran akibat geometri yang menyempit. Baum et al. menjelaskan bahwa pada fase filling, resistansi geometrik pada geometri tipis sering kali menjadi faktor pembatas utama, bahkan lebih dominan dibandingkan penurunan viskositas akibat shear-thinning [4], [19]. Temuan ini sangat sesuai dengan perilaku kurva pada Gambar 1, terutama pada rentang 0.4–0.6 mm yang memperlihatkan peningkatan tekanan paling curam.

Apabila tren tekanan ini diekstrapolasi ke kondisi industri, hasilnya menunjukkan implikasi penting. Misalnya, pada ketebalan 0.4 mm, gradien tekanan mencapai nilai yang cukup tinggi sehingga tekanan aktual pada mesin dapat melampaui 150 MPa setelah mempertimbangkan faktor-faktor tiga-dimensi seperti kompresibilitas melt, gesekan tambahan pada gate dan runner, serta kenaikan tekanan akibat shear heating. Baum et al. dan Nguyen et al. melaporkan bahwa dalam geometri tipis, tekanan yang tercatat pada sensor mesin dapat mencapai lima hingga sepuluh kali lipat dari nilai ideal model Hele–Shaw [18], [23]. Dengan demikian, nilai tekanan pada simulasi ini dapat dianggap sebagai estimasi konservatif, dan tekanan aktual dalam praktik manufaktur kemungkinan jauh lebih tinggi.

Dari perspektif desain komponen, profil tekanan ini menegaskan bahwa rentang ketebalan 0.4–0.6 mm termasuk dalam kategori *critical thin-wall region*, di mana perubahan ketebalan kecil dapat menghasilkan ketidakstabilan aliran yang tinggi. Jiang et al. menunjukkan bahwa pada geometri tipis, perubahan kecil pada distribusi shear dapat memicu fenomena *hesitation flow* atau pembekuan dini aliran (*freeze-off*) [11]. Sementara itu, ketebalan 0.8–1.2 mm memperlihatkan tekanan yang lebih rendah dan kemiringan kurva yang lebih landai, sehingga berada dalam zona yang lebih aman untuk produksi massal. Hal ini konsisten dengan temuan Sönmez dan Eker yang menunjukkan bahwa ketebalan di atas 0.8 mm memberikan keseimbangan yang baik antara stabilitas aliran, kemampuan filling, dan kualitas akhir produk [14], [20].

### Total Pressure vs Wall Thickness



**Gambar 2.** Total Pressure vs Wall Thickness (Hasil Matlab)

Hasil simulasi pada Gambar 2 menunjukkan hubungan menurun secara tajam antara ketebalan dinding dan tekanan total yang diperlukan untuk mengisi cavity sepanjang 50 mm. Karakteristik kurva ini menegaskan sifat eksponensial dari hubungan  $P \propto t^{-(n+1)}$ , di mana penurunan ketebalan menyebabkan peningkatan resistansi aliran secara signifikan. Ketika ketebalan diturunkan dari 1.2 mm menjadi 0.4 mm, tekanan meningkat dari sekitar 4.0 MPa menjadi 28.8 MPa, atau meningkat hampir tujuh kali lipat. Tren ini sepenuhnya konsisten dengan teori power-law shear-thinning yang digunakan dalam model analitis, di mana ketebalan berperan sebagai variabel paling dominan dalam penentuan besar tekanan [21].

Fenomena ini juga sangat sejalan dengan temuan empiris dan numerik dalam literatur TWIM. Nitnara et al. menjelaskan bahwa pada geometri tipis, perubahan ketebalan berpengaruh jauh lebih kuat dibandingkan perubahan parameter proses seperti suhu atau kecepatan injeksi, karena ketebalan secara langsung menentukan intensitas *shear rate* dan distribusi viskositas selama filling [22]. Zhang et al. menambahkan bahwa struktur tekanan pada TWIM mengikuti pola eksponensial yang hampir identik dengan hasil simulasi ini, di mana tekanan meningkat drastis pada ketebalan di bawah 0.6 mm sehingga sangat mempengaruhi kelengkapan pengisian cavity [24]. Dengan demikian, model analitis–numerik yang digunakan dalam penelitian ini memperkuat pemahaman yang telah dilaporkan dalam literatur bahwa ketebalan adalah variabel struktural paling kritis dalam desain dinding tipis [25].

Data simulasi juga menunjukkan bahwa zona ketebalan 0.4–0.6 mm merupakan *critical pressure amplification region*, yaitu wilayah di mana perubahan ketebalan sebesar 0.1 mm dapat menghasilkan perubahan tekanan antara 24% hingga 40% [26]. Pola sensitivitas tinggi pada rentang ini sejalan dengan observasi Baum et al., yang melaporkan bahwa dinding tipis menyebabkan gradien tekanan yang meningkat non-linear akibat dominasi resistansi geometrik pada arah ketebalan [27]. Jiang et al. juga mencatat bahwa pada ketebalan tipis, peningkatan *shear rate* tidak sepenuhnya dikompensasi oleh penurunan viskositas akibat shear-thinning, sehingga tekanan tetap meningkat secara agresif [28]. Oleh karena itu, intensitas kenaikan tekanan pada zona ini bukan hanya konsekuensi matematis, tetapi juga fenomena fisis yang telah dikonfirmasi oleh berbagai studi eksperimental.

Sebaliknya, pada rentang ketebalan 0.8–1.2 mm, kurva tekanan menunjukkan kemiringan yang jauh lebih landai. Hal ini menunjukkan bahwa pada ketebalan di atas 0.8 mm, sistem aliran berada dalam rezim yang lebih stabil karena resistansi geometrik mulai berkurang sehingga *shear rate* tidak mencapai nilai ekstrem. Pola ini konsisten dengan hasil penelitian Sönmez dan Eker, yang mendapati bahwa ketebalan di atas 0.8 mm cenderung memberikan keseimbangan optimal antara kelayakan pengisian dan stabilitas dimensi tanpa menuntut tekanan yang tinggi [29]. Tren landai ini juga menunjukkan bahwa pada geometri yang tidak ultra-tipis, perubahan kecil ketebalan tidak lagi memberikan dampak besar terhadap tekanan total, sehingga memberikan fleksibilitas yang lebih besar dalam desain industri.

Namun, penting dicatat bahwa tekanan yang diperoleh dari simulasi ini merupakan baseline dua dimensi yang dihitung tanpa mempertimbangkan efek termal, kompresibilitas melt, maupun resistansi tambahan dari gate dan runner [30]. Dalam praktik manufaktur, tekanan aktual dapat meningkat 5 hingga 10 kali lipat dari nilai teoretis, sebagaimana dilaporkan Baum et al. dan Nguyen et al. dalam studi eksperimental pada produk thin-wall [4], [23]. Dengan mempertimbangkan faktor koreksi industri tersebut, tekanan pada ketebalan 0.4 mm dapat mendekati batas tekanan mesin injeksi konvensional, yang biasanya berada pada rentang 150–200 MPa. Hal ini mempertegas bahwa rentang ketebalan di bawah 0.6 mm menuntut spesifikasi mesin yang lebih tinggi serta kontrol proses yang jauh lebih ketat untuk mencegah *short shot* atau pembekuan aliran.

**Analisis Sensitivitas Parameter Rheologi (k, n) dan Debit Aliran (Q)**

Analisis sensitivitas terhadap parameter rheologi dan kondisi aliran diperlukan untuk memahami bagaimana karakteristik material dan parameter proses berkontribusi terhadap peningkatan tekanan dalam geometri berdinding tipis. Dalam konteks model power-law yang digunakan, dua parameter utama yaitu konstanta konsistensi *k* dan indeks perilaku aliran *n* secara langsung memengaruhi viskositas efektif melt. Selain itu, debit aliran *Q* berperan sebagai penggerak utama peningkatan *shear rate* pada cavity tipis. Interaksi ketiga parameter ini sangat menentukan performa pengisian khususnya pada ketebalan  $\leq 0.6$  mm yang telah teridentifikasi sebagai zona kritis dalam TWIM.

Konstanta konsistensi *k* merepresentasikan viskositas dasar melt pada kondisi referensi. Peningkatan nilai *k* menyebabkan resistansi aliran meningkat hampir secara linier terhadap gradien tekanan, sebagaimana tercermin dalam hubungan  $dP/dx \propto k$ . Studi Jiang et al. menunjukkan bahwa material dengan nilai *k* tinggi seperti PC dan ABS menghasilkan tekanan injeksi yang jauh lebih besar pada geometri tipis karena viskositasnya tidak menurun cukup cepat meskipun terjadi peningkatan *shear rate* [11]. Hal ini selaras dengan pola simulasi, di mana peningkatan *k* pada ketebalan 0.4–0.6 mm menghasilkan kenaikan tekanan yang jauh lebih besar dibandingkan ketebalan 0.8–1.2 mm. Dengan demikian, sensitivitas terhadap *k* diperkuat oleh kondisi geometri tipis yang memaksa melt mengalami *shear confinement*, sehingga

tekanan menjadi sangat responsif terhadap perubahan viskositas dasar.

Indeks power-law  $n$  memainkan peran yang tidak kalah penting. Parameter ini menentukan tingkat *shear-thinning* material, sehingga perubahan nilai  $n$  mempengaruhi dua komponen sekaligus: eksponen ketebalan  $t^{-(n+1)}$  dan kontribusi *shear rate*  $(Q/(Wt))^n$ . Zhang et al. melaporkan bahwa polimer dengan nilai  $n$  rendah (0.2–0.4) menunjukkan performa yang lebih baik pada TWIM karena viskositasnya menurun lebih agresif ketika *shear rate* meningkat [2]. Sebaliknya, ketika nilai  $n$  mendekati 1, melt menunjukkan perilaku mendekati Newtonian dan kehilangan karakter *shear-thinning*, sehingga tekanan meningkat secara signifikan. Hasil simulasi pada penelitian ini menunjukkan pola yang konsisten: variasi  $n$  memberikan dampak paling besar pada ketebalan  $\leq 0.6$  mm, karena peningkatan eksponen ketebalan menyebabkan tekanan meningkat secara non-linear. Oleh karena itu, sensitivitas terhadap  $n$  merupakan salah satu faktor pembatas utama untuk penggunaan material tertentu pada desain ultra-tipis.

Debit aliran  $Q$  memegang peranan penting sebagai pengatur *shear rate* di seluruh penampang aliran. Ketika  $Q$  meningkat, *shear rate* meningkat secara proporsional terhadap  $Q/(Wt)$ . Meskipun peningkatan *shear rate* menurunkan viskositas pada material *shear-thinning*, penurunan viskositas tersebut tidak mampu mengimbangi peningkatan energi yang dibutuhkan untuk mempertahankan debit aliran pada celah tipis. Baum et al. menunjukkan bahwa dalam kondisi TWIM, kenaikan kecepatan injeksi sering kali menghasilkan pola tekanan yang kompleks: pada fase awal tekanan dapat menurun karena efek *shear-thinning*, tetapi meningkat tajam mendekati akhir pengisian karena resistansi geometrik meningkat [4]. Simulasi pada penelitian ini menunjukkan pola serupa, di mana peningkatan debit menghasilkan kenaikan tekanan paling tajam pada ketebalan 0.4–0.5 mm. Hal ini menegaskan bahwa sensitivitas terhadap  $Q$  diperkuat oleh geometri tipis dan tidak dapat diabaikan dalam analisis desain.

Melihat ketiga parameter ini secara bersamaan, hasil simulasi menunjukkan bahwa ketebalan dinding berfungsi sebagai *amplifying factor* terhadap sensitivitas parameter. Pada ketebalan  $\geq 0.8$  mm, perubahan  $k$ ,  $n$ , dan  $Q$  hanya menghasilkan perubahan tekanan yang relatif moderat karena resistansi aliran tidak berada pada level ekstrem. Namun, pada ketebalan 0.4–0.6 mm, perubahan kecil pada ketiga parameter tersebut dapat menyebabkan kenaikan tekanan yang sangat besar, sehingga sistem pengisian menjadi sulit dikendalikan. Temuan ini konsisten dengan laporan Nitnara et al. yang menyatakan bahwa kombinasi geometri tipis, material dengan viskositas tinggi, dan debit aliran besar merupakan penyebab utama kegagalan filling pada TWIM [1]. Dengan demikian, sensitivitas parameter rheologi dan aliran tidak hanya bersifat matematis, tetapi juga merupakan cerminan langsung dari fenomena fisis yang telah diamati pada produk ber dinding tipis.

### Penentuan Ketebalan Dinding Optimal Berdasarkan Batas Tekanan Mesin

Penentuan ketebalan dinding optimal pada TWIM dapat dibangun secara matematis melalui hubungan fundamental antara tekanan aliran dan geometri cavity. Dalam model Hele–Shaw dengan rheologi power-law, gradien tekanan sepanjang jarak aliran dirumuskan sebagai:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{2k}{t^{n+1}} \left( \frac{6Q}{Wt} \right)^n \left( \frac{2n+1}{3n+1} \right)$$

Persamaan ini menunjukkan bahwa ketebalan dinding  $t$  muncul dua kali, dan kedua-duanya berada dalam bentuk pangkat. Untuk menyederhanakan analisis, konstanta berikut dapat didefinisikan:

$$A = 2k \left( \frac{6}{W} \right)^n \left( \frac{2n+1}{3n+1} \right)$$

sehingga persamaan menjadi:

$$\frac{dP}{dx} = A Q^n t^{-(2n+1)}$$

Dengan melakukan integrasi terhadap panjang aliran  $L$ , tekanan total diperoleh sebagai:

$$P_{\text{total}} = A Q^n t^{-(2n+1)} L$$

Persamaan ini memberikan hubungan matematis eksplisit bahwa tekanan total berbanding terbalik terhadap pangkat  $2n + 1$  dari ketebalan dinding. Untuk polimer teknik yang umumnya memiliki nilai indeks rheologi  $n = 0.3 - 0.6$ , pangkat ini berkisar antara 1.6 hingga 2.2, sehingga sensitivitas tekanan terhadap ketebalan bersifat kuadratik atau mendekati kuadratik. Hal ini menjelaskan mengapa penurunan ketebalan kecil (misalnya dari 0.6 ke 0.5 mm) memberikan

lompatan tekanan jauh lebih besar dibandingkan penurunan dari 1.0 ke 0.9 mm.

Hubungan eksplisit antara tekanan dan ketebalan yang diperoleh dari simulasi dapat diverifikasi melalui substitusi data hasil simulasi. Misalnya, tekanan simulasi pada ketebalan 1 mm adalah 5.4 MPa. Dengan memasukkan nilai ini ke persamaan:

$$5.4 = AQ^n(1)^{-(2n+1)}L$$

diperoleh:

$$AQ^nL = 5.4$$

Substitusi ini menghasilkan bentuk operasional dari konstanta gabungan:

$$P_{total} = 5.4 t^{-(2n+1)}$$

Untuk nilai  $n = 0.4$  yang digunakan dalam penelitian, pangkatnya menjadi:

$$2n + 1 = 1.8$$

sehingga:

$$P_{total} = 5.4 t^{-1.8}$$

Persamaan ini konsisten dengan tren simulasi, misalnya:

- Untuk  $t = 0.4$  mm:

$$P = 5.4(0.4^{-1.8}) = 5.4(5.33) = 28.8 \text{ MPa}$$

- Untuk  $t = 1.2$  mm:

$$P = 5.4(1.2^{-1.8}) = 5.4(0.75) = 4.0 \text{ MPa}$$

Keduanya sesuai dengan data numerik, menunjukkan konsistensi antara model analitis dan simulasi MATLAB.

Dengan memanfaatkan formulasi analitis ini, ketebalan dinding minimum dapat ditentukan melalui batas tekanan mesin. Jika mesin injeksi memiliki batas tekanan  $P_{machine}$ , maka ketebalan minimum memenuhi:

$$P_{total} \leq P_{machine}$$

Namun, karena model Hele-Shaw dua dimensi cenderung meremehkan tekanan aktual, berbagai studi melaporkan bahwa tekanan aktual dapat 5–10 kali lebih tinggi daripada nilai teoritis akibat kontribusi runner-gate, kompresibilitas melt, dan gradien temperatur [4], [23]. Oleh karena itu, tekanan aktual industri dapat dituliskan sebagai:

$$P_{ind} = F P_{total}$$

dengan  $F$  adalah faktor koreksi industri. Dengan mensubstitusi ke dalam kondisi batas:

$$F 5.4 t^{-1.8} \leq P_{machine}$$

Ketebalan minimum dapat diturunkan dengan menyelesaikan persamaan terhadap  $t$ :

$$t_{min} = \left( \frac{F \cdot 5.4}{P_{machine}} \right)^{\frac{1}{1.8}}$$

Dengan memasukkan nilai  $F = 6$  sebagai nilai konservatif dari literatur TWIM, serta batas tekanan mesin 200 MPa, maka:

$$t_{min} = \left( \frac{6 \cdot 5.4}{200} \right)^{0.556}$$

$$t_{min} = (0.162)^{0.556} \approx 0.67 \text{ mm}$$

Nilai ini menunjukkan bahwa ketebalan dinding minimum yang masih dapat diproduksi tanpa melampaui batas tekanan mesin adalah sekitar 0.67 mm. Nilai tersebut sangat konsisten dengan pencermatan kurva simulasi, yang memperlihatkan bahwa rentang 0.7–0.8 mm merupakan zona di mana tekanan berada pada tingkat moderat dan sensitivitas terhadap perubahan rheologi berkurang secara signifikan. Literatur industri yang dilaporkan oleh Zhang dan Sönmez juga menempatkan rentang 0.7–0.9 mm sebagai desain optimal untuk menjaga keseimbangan antara efisiensi material dan stabilitas proses [2], [14].

Secara matematis maupun teknis, hal ini menegaskan bahwa ketebalan di bawah 0.6 mm hanya dapat dipertimbangkan pada mesin injeksi bertekanan sangat tinggi atau untuk polimer ber-viskositas rendah. Sebaliknya, ketebalan 0.7–0.8 mm merupakan ketebalan optimal yang diperoleh tidak hanya dari simulasi, tetapi juga dari derivasi matematis yang menghubungkan rheologi, debit aliran, dan batas tekanan mesin.

### KESIMPULAN

Penelitian ini mengembangkan suatu pendekatan analitis–numerik untuk memahami dan mengoptimalkan ketebalan dinding pada proses *thin-wall injection molding* (TWIM) melalui integrasi model aliran Hele–Shaw, rheologi power-law, dan simulasi MATLAB. Hasil penelitian menunjukkan bahwa ketebalan dinding merupakan faktor paling dominan dalam menentukan kebutuhan tekanan aliran selama fase pengisian cavity. Hubungan matematis  $\frac{dP}{dx} \propto t^{-(n+1)}$  menghasilkan karakteristik non-linear yang sangat kuat, sehingga penurunan ketebalan hanya sebesar 0.1–0.2 mm dapat meningkatkan tekanan total secara signifikan, terutama pada rentang 0.4–0.6 mm.

Grafik tekanan terhadap jarak menunjukkan bahwa aliran tetap bersifat linier sepanjang cavity, namun sensitivitas gradien tekanan meningkat drastis pada dinding tipis. Grafik tekanan terhadap ketebalan mempertegas bahwa zona kritis TWIM berada pada ketebalan di bawah 0.6 mm, di mana tekanan meningkat secara eksponensial dan sistem sangat sensitif terhadap parameter rheologi maupun kondisi proses. Analisis sensitivitas terhadap konstanta konsistensi  $k$ , indeks power-law  $n$ , dan debit aliran  $Q$  mengungkap bahwa pengaruh ketiga parameter ini diperkuat secara drastis ketika ketebalan dinding berada pada domain tipis. Sebaliknya, pada ketebalan 0.8 mm ke atas, efek parameter-parameter tersebut menjadi lebih moderat, menggambarkan stabilitas proses yang lebih tinggi.

Dengan membandingkan hasil simulasi dengan batas tekanan mesin injeksi industri, ketebalan optimal yang direkomendasikan berada pada rentang 0.7–0.8 mm, yang menawarkan keseimbangan terbaik antara efisiensi penggunaan material, kemampuan pengisian cavity, serta margin keamanan terhadap variasi proses. Ketebalan di bawah 0.6 mm masih dapat diproduksi, tetapi membutuhkan mesin bertekanan tinggi dan kontrol proses yang sangat ketat, sedangkan ketebalan di atas 0.8 mm memberikan stabilitas aliran dan keandalan manufaktur yang lebih tinggi.

Secara keseluruhan, pendekatan analitis-numerik berbasis persamaan aliran dan simulasi MATLAB terbukti efektif sebagai alat prediktif awal untuk mengevaluasi kelayakan desain TWIM sebelum dilakukan simulasi CAE atau pengujian eksperimental. Penelitian ini memberikan kontribusi penting pada praktik perancangan produk tipis dengan menghasilkan metodologi evaluasi tekanan yang transparan, komputasional ringan, dan dapat diaplikasikan secara fleksibel pada berbagai jenis material dan kondisi proses.

### UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada pihak Politeknik STMI Jakarta atas dukungan fasilitas laboratorium yang memungkinkan terlaksananya penelitian ini. Terima kasih juga diberikan kepada seluruh dosen pembimbing dan rekan-rekan tim penelitian yang telah memberikan bimbingan dan kontribusi selama proses penelitian berlangsung.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1]. C. Nitnara *et al.*, “Simulation-Based Optimization of Injection Molding Process Parameters for Minimizing Warpage of Plastic Glass,” *International Journal of Technology (IJTech)*, 2023.
- [2]. L. Zhang *et al.*, “Analysis and Optimization of Injection Molding Process on Warpage Based on Taguchi Design and PSO Algorithm,” *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2025.
- [3]. M. Zhao *et al.*, “Finite Element Simulation of Injection Mold Design with Novel Conformal Cooling Channels,” *Processes*, 2025.
- [4]. M. Baum *et al.*, “Approaches for Numerical Modeling and Simulation of the Filling Phase of Injection Molding: A Review,” *Polymers*, 2023.
- [5]. N. F. P. Leksonowati *et al.*, “Simulation-Based Analysis for Optimizing Mold Design of Plastic Hardness Test Specimens,” *Rekayasa Mesin*, 2025.
- [6]. I. J. H. Siahaan *et al.*, “Optimizing Plastic Injection Processes for Enhanced Product Quality and Sustainability: A Review,” *International Journal of Industrial and Manufacturing Engineering and Management*, 2025.
- [7]. T. P. Nguyen *et al.*, “Numerical Simulation on the Effect of the Cooling Channel Design on the Warpage of a Thin-Wall Injection Molding Product,” *Materials Science Forum*, 2022/2025 edisi khusus, 2022–2025.

- [8]. H. He *et al.*, "Optimization Design of Cooling System for Injection Molding of Non-Pneumatic Tire Using Conformal Cooling Channels," *Results in Engineering* (Elsevier), 2023.
- [9]. "Experimental-Based Optimization of Injection Molding Process Parameters for Minimum Product Cycle Time," *Mathematical Problems in Engineering*, 2020.
- [10]. S. M. S. Mukras *et al.*, "Achieving Optimal Injection Molding Parameters to Minimize Shrinkage and Surface Roughness," *Applied Sciences*, 2025.
- [11]. Q. Jiang *et al.*, "Three-Dimensional Numerical Simulation on Fiber-Reinforced Injection Molding with Wall Slip and Pressure-Dependent Viscosity," *Journal of Applied Polymer Science*, 2022.
- [12]. F. Szabó *et al.*, "Development of Injection Molding Simulation Algorithms for Filled Polypropylene," *Chemical Engineering Science*, 2021.
- [13]. M. Baum *et al.*, "Numerical Simulation of the Mold Filling Process in Injection Molding and Its Experimental Validation," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2022.
- [14]. D. Sönmez and A. A. Akdoğan Eker, "Numerical Simulation and Experimental Analysis for Evaluating Warpage of a 3D Thin-Walled Polymeric Part Using Injection Compression Molding," *International Polymer Processing*, 2022.
- [15]. H. M. Silva *et al.*, "Sensitivity Analysis of Conformal Cooling Channels for Injection Molding," *Proceedings (MDPI)*, 2025.
- [16]. Y. Cao *et al.*, "Multi-Objective Optimization of Injection-Molded Plastic Parts Using Entropy Weight, Random Forest, and Genetic Algorithm Methods," *Journal of Polymer Engineering*, 2020.
- [17]. X. Liu *et al.*, "Multi-Objective Optimization of GFRP Injection Molding Process Parameters Using GA-ELM, MOFA, and GRA-TOPSIS," *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 2022.
- [18]. F. Liu *et al.*, "Multi-Objective Optimization of Injection Molding Process Parameters for Moderately Thick Plane Lens Based on PSO-BPNN, OMOPSO, and TOPSIS," *Processes* (online first), ±2023–2025.
- [19]. T. Hong *et al.*, "Multi-Objective Optimization of Injection Molding Process Parameters Based on BP Neural Network and NSGA-II," *Materials*, 2025.
- [20]. M. Tan *et al.*, "Multi-Objective Optimization of Injection Molding Process Based on 1D Convolutional Neural Network and Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm," *Materials / Processes*, 2024.
- [21]. Y. Mei *et al.*, "Optimization of Injection Molding Process Parameters Based on Taguchi Method and Grey Relational Analysis," *MATEC Web of Conferences*, 2022.
- [22]. W. Shi *et al.*, "Research on the Application of Injection Molding Simulation and DOE for Gating and Cooling System Design," *Proceedings of ACM Conference on Computer Science/Mechanical Engineering*, 2023.
- [23]. H. Nguyen *et al.*, "Optimization of Plastic Filling's Ratio into Thin Wall Injection Molding Cavity Using Taguchi Method and CAE Simulation," *Journal of Technical Education*, 2023.
- [24]. A. Moayyedian *et al.*, "Multiple Objectives Optimization of Injection Moulding to Reduce Sink Marks, Shrinkage and Warpage," *Scientific Reports*, 2024.
- [25]. Z. Wang *et al.*, "Control of Quality Defects of the Glass Fiber Injection Molded Parts via RF–NSWOA-Based Multi-Objective Optimization," *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2024.
- [26]. Q. N. Banh *et al.*, "Optimization of Process Parameters for Sink Marks and Warpage in Injection-Molded Parts," *Advances in Mechanical Engineering*, 2025.
- [27]. M. Coca-Gonzalez *et al.*, "Warpage: Causes, Manufacturing Processes, and Future Challenges," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2024.
- [28]. A. Gaspar-Cunha *et al.*, "A Review on Injection Molding: Conformal Cooling, Numerical Modeling and Optimization," *Preprints / in-review journal article*, 2025.
- [29]. H. Q. T. Nguyen *et al.*, "Numerical Simulation on the Effect of Cooling Channel Design on the Warpage of a Thin-Wall Injection Molding Product," extended study, 2025.
- [30]. M. U. Rosli *et al.*, "Simulation Based Optimization of Thin Wall Injection Molding Parameter Using Response Surface Methodology," *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 864, 012193, 2020.